



Mérések Galilei szögmérőjével

54. Országos Fizikatanári Ankét és Eszközbemutató

Sárospatak, 2011. március 12-15.

Biróné Kabály Enikő
Debreceni Református Koll. Gimn.
ELTE Fizika Doktori Isk.



Miért Galilei?

- munkásságát, szerepét ismerni kell az emelt szintű érettségien, szinte valamennyi tankönyvben szerepel róla információ
- tevékenysége, élete jó lehetőséget nyújt a fizika iránt kevésbé érdeklődő tanulók számára is
(filozófiai kérdések; a tudomány etikája; tudományos módszer – tudomány-áltudomány; stb.)
- több irodalmi mű, művészeti alkotás köthető hozzá, így felkeltve a humán érdeklődésű tanulók figyelmét is



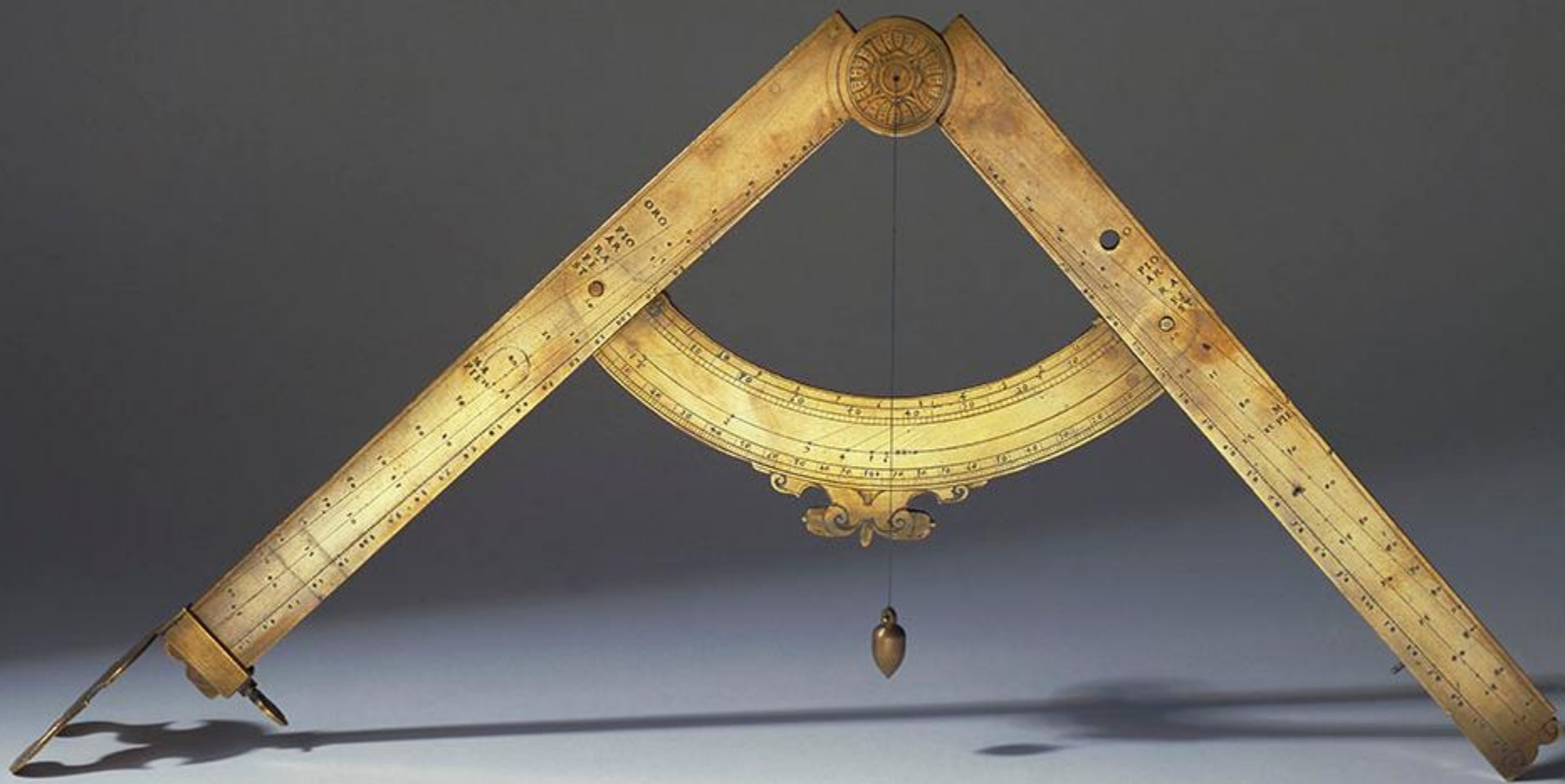
Galilei és a szögmérő

Galilei 1592-1610 között a padovai egyetemen tanított mechanikát, geometriát és csillagászatot.

Sok előkelő diák tanult itt, akik a hadi tudományokkal is szívesen ismerkedtek. Galilei részletes kurzust állított össze nekik, ami pontos szerkesztéseket és méréseket is tartalmazott.

Két, korábban már használt műszer egyesítésével elkészített egy szögmérőt. Használatát nála kellett elsajátítani, magántanítványként.

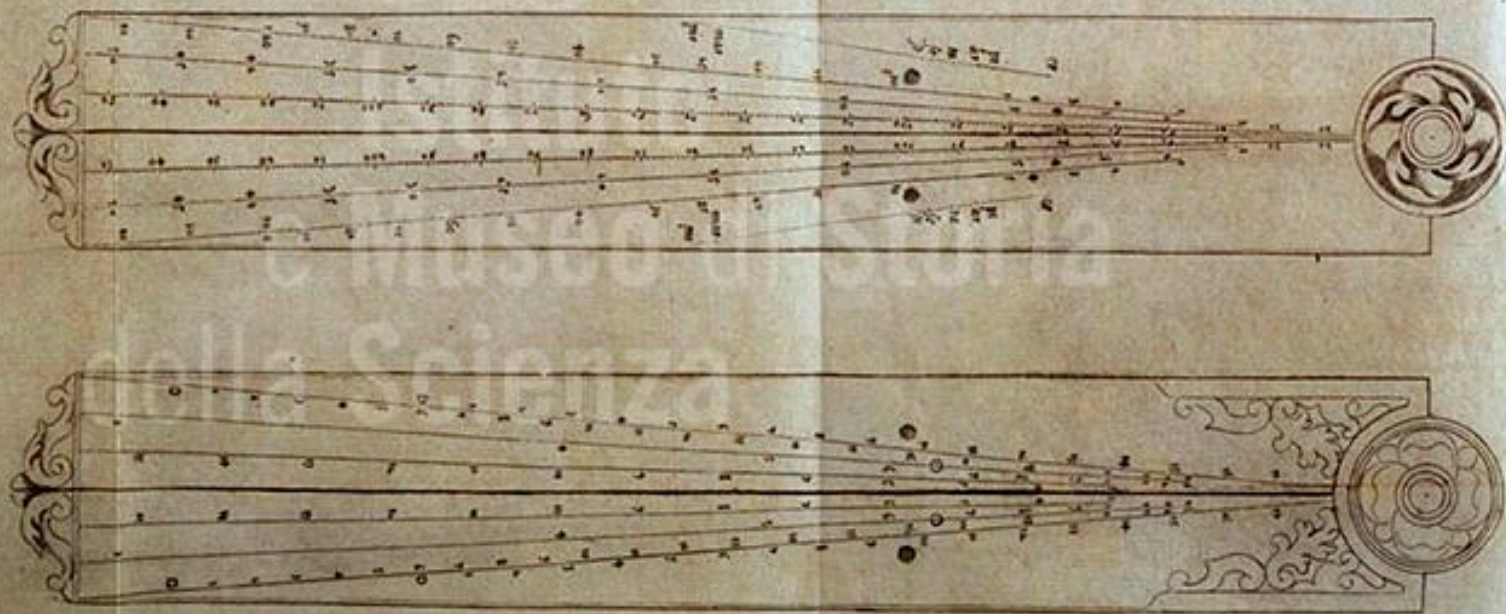
1606-ban megjelent *Compasso geometrico e militare* (Geometriai és katonai körzők) című műve, amelyben közel 40 mérést ír le, amelyek a körző segítségével elvégezhetők.





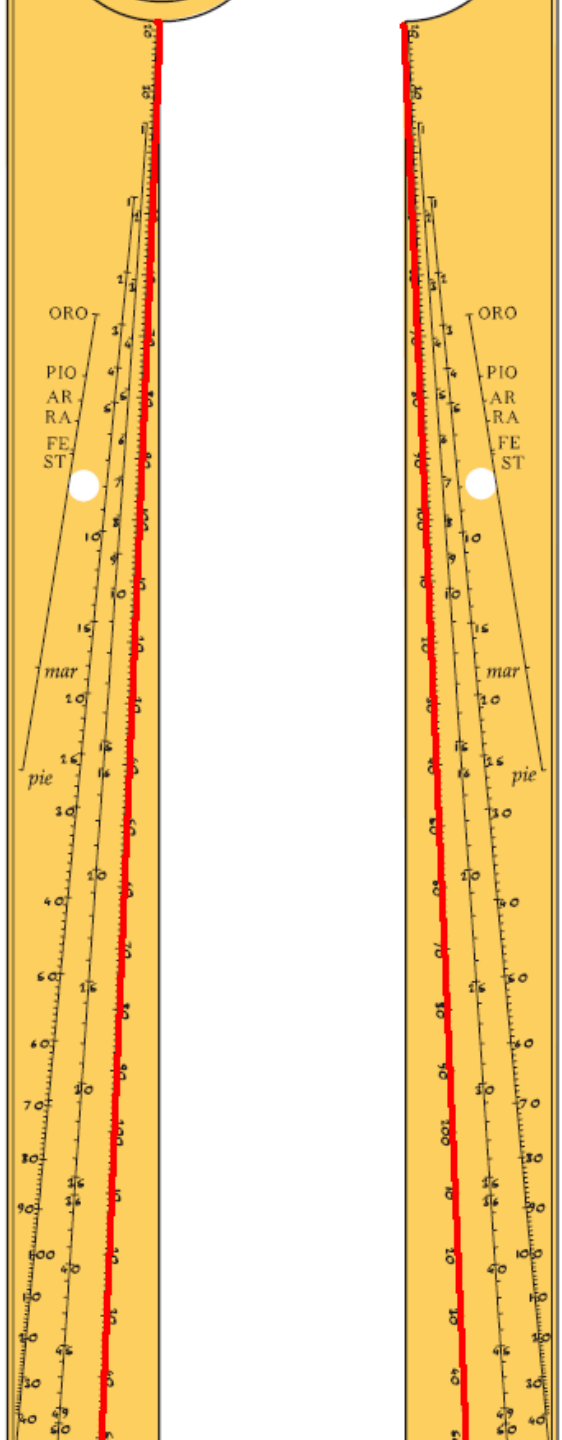
891160
W11260
00

In Bologna per Gli Heredi Del Donza



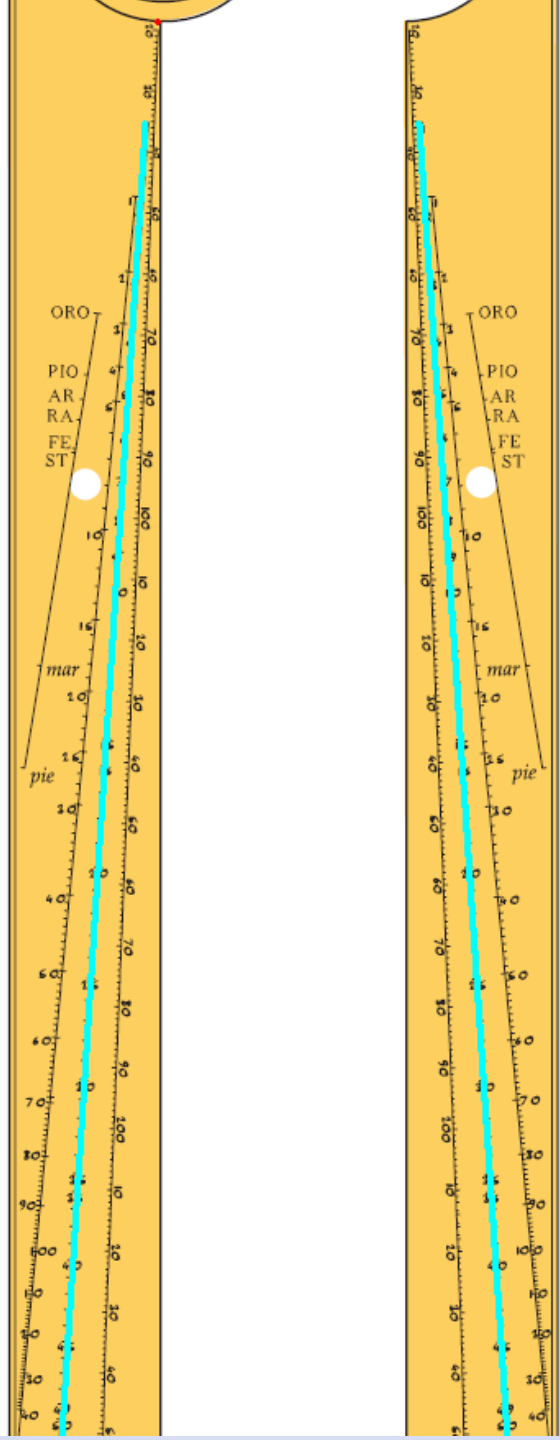
Arithmetic lines

- ◆ Szakasz osztása egyenlő részekre
- ◆ Egy adott vonalon belül hogyan tudunk megfelelő számú részt létrehozni
- ◆ Egy térkép kicsinyítése, nagyítása
- ◆ A három-szabály a körző és az Arithmetic lines segítségével
- ◆ Az inverz három-szabály megoldása ugyanazon vonalakkal
- ◆ Szabály a pénzváltásra
- ◆ Szabály a kamatos kamat kiszámítására



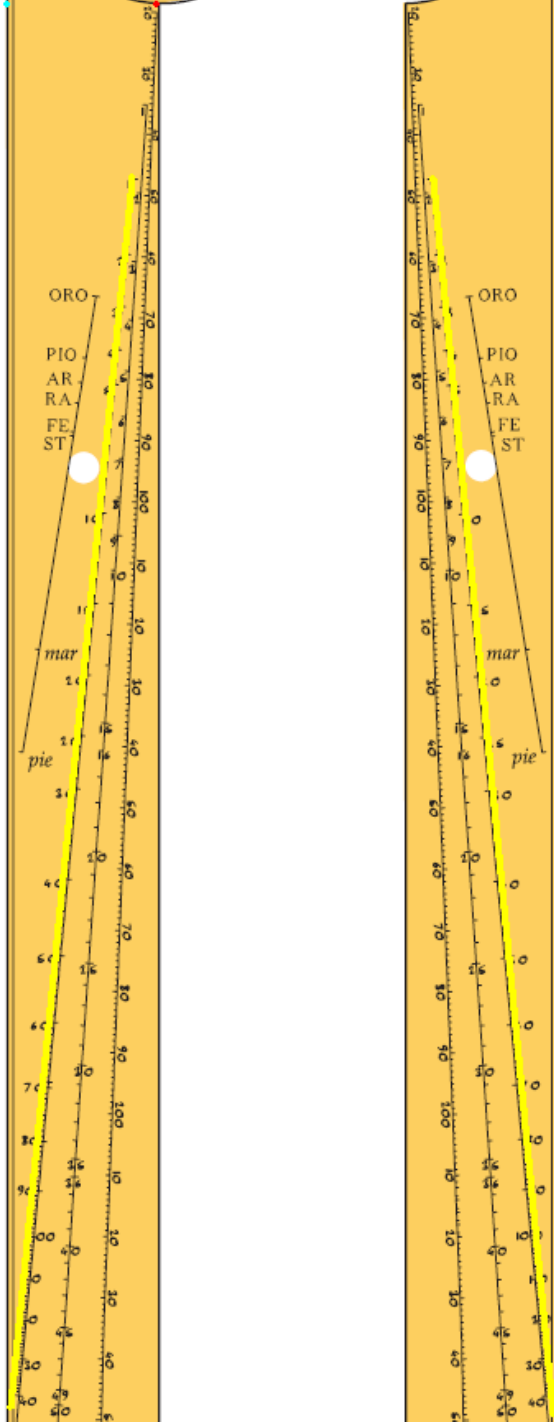
Geometric lines

- ◆ Alakzatok területének adott arányú növelése, csökkentése
- ◆ Két hasonló síkidom esetén a hasonlóság arányának meghatározása
- ◆ Olyan síkidomok szerkesztése, amelyek hasonlóak vagy egybevágók valamely másikkal
- ◆ Két adott hasonló, de nem egybevágó síkidomhoz találni egy harmadikat, amely hasonló hozzájuk és egybevágó a különbségükkel
- ◆ A négyzetgyök kiszámítása ugyanezen vonal segítségével
- ◆ A hadsereg elrendezésének módja egyenlőtlen front és szárnyak esetén
- ◆ Az átlag arány felfedezése ugyanezen vonalak segítségével



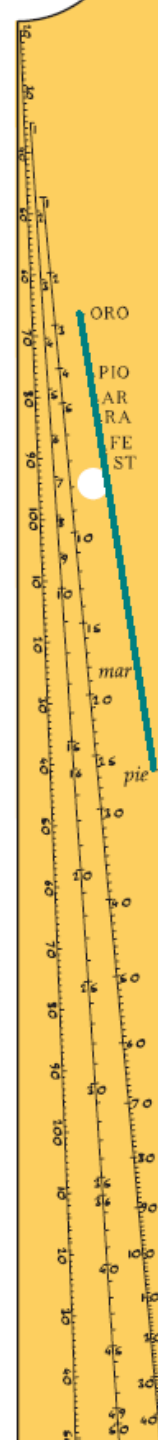
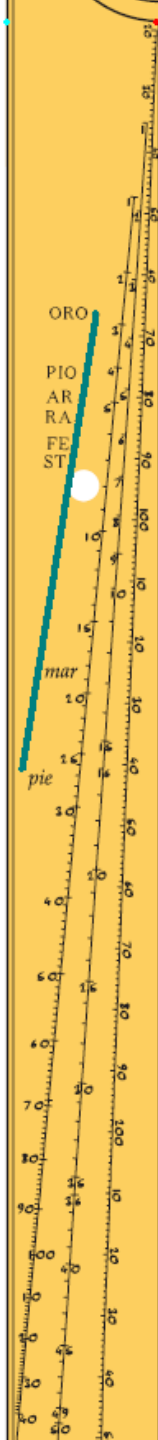
Stereometric lines

- ◆ Testek térfogatának adott arányú növelése, csökkentése
- ◆ Két hasonló test esetén a térfogatok arányának meghatározása
- ◆ Hasonló testekhez keressük azt az egy testet, amelynek térfogata egyenlő a testek térfogatainak összegével
- ◆ A köbgyök kiszámítása
- ◆ Két átlag arány felfedezése
- ◆ A paralelepipedon azonos térfogatú kockává alakítása



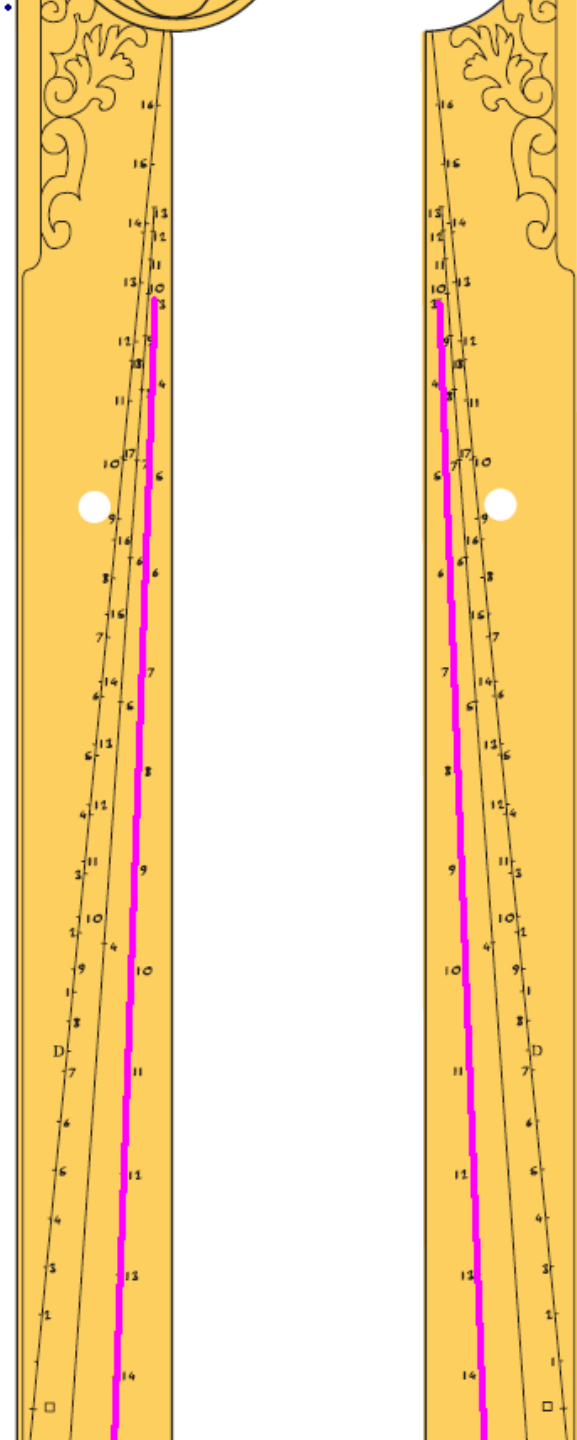
Metallic lines

- ◆ A Metallic line értelmezése
- ◆ A fémek és a vonalon megjelölt egyéb anyagok tömege közötti arány meghatározása
- ◆ A Metallic lines és a stereometric line használatának összekapcsolása a különböző anyagból készült hasonló testek tömege közötti arány meghatározásához
- ◆ Hogyan használhatók ezen vonalak a tűzérek számára, hogy bármilyen anyagú és tömegű ágyúgolyót kalibráljanak
- ◆ Adott egy ismert tömegű test valamilyen anyagból, keressük a részletes méreteit egy eltérő anyagú, tömegű hasonló testnek



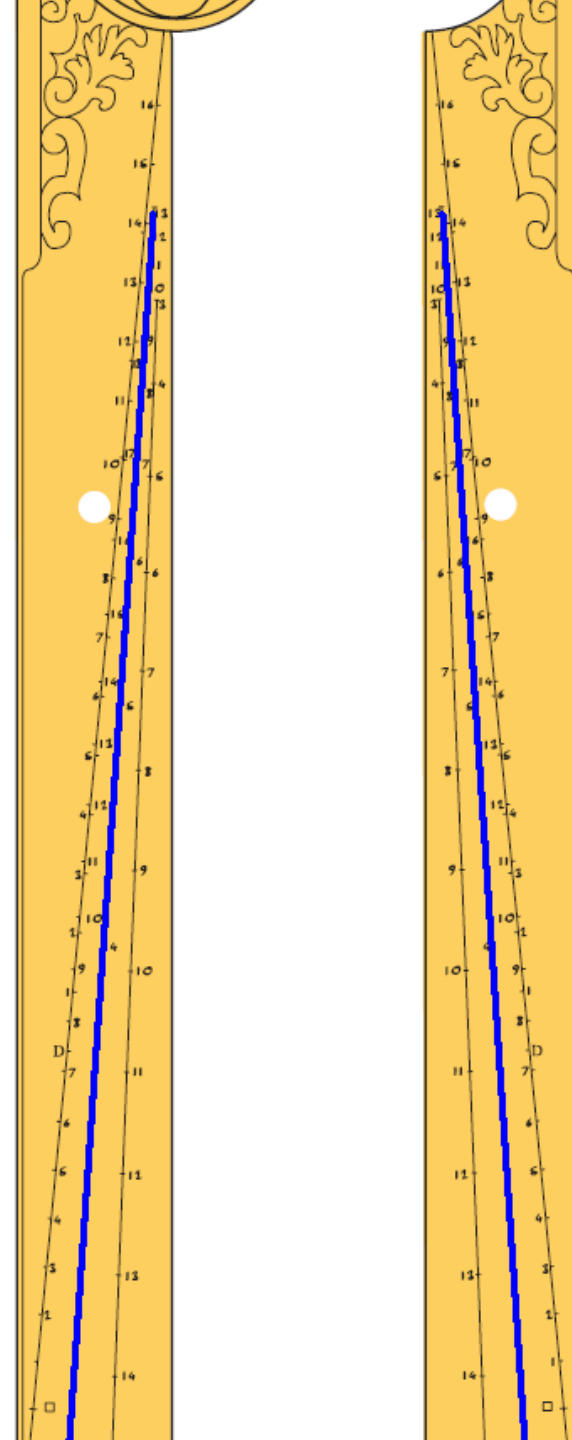
Polygraphic lines

- ◆ Hogyan vizsgálhatók ezek segítségével a szabályos sokszögek, amelyeknek oldalai és szögei egyenlők
- ◆ Egy kör felosztása tetszőleges számú, egyenlő ívre



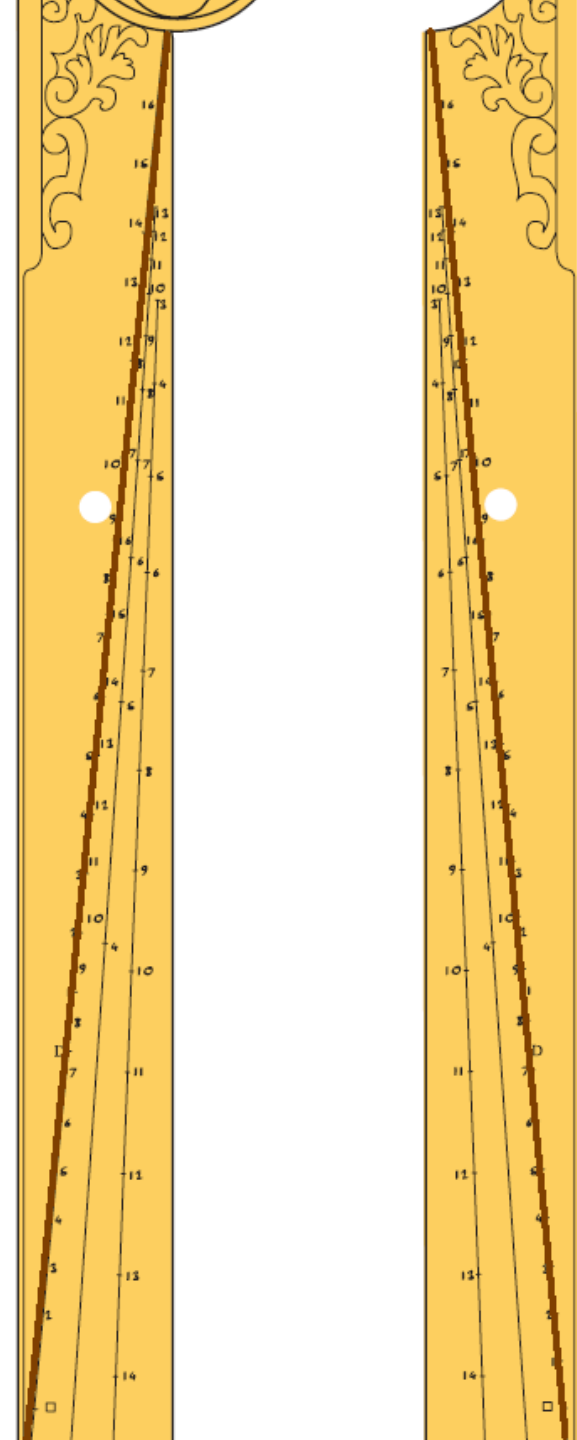
Tetragononic lines

- ◆ Hogyan lehet a kört, vagy valamely szabályos síkidomot négyszögesíteni, vagy egymásba transzformálni őket
- ◆ Adottak különböző szabályos sokszögek, amik egymással nem egybevágóak, hogyan tudunk konstruálni egy olyat, aminek területe a területek összegével egyenlő
- ◆ Hogyan tudjuk előállítani a kívánt szabályos sokszöget aminek területe egyenlő egy adott nem szabályos sokszöggel
- ◆ Lemma az eddigiekhez



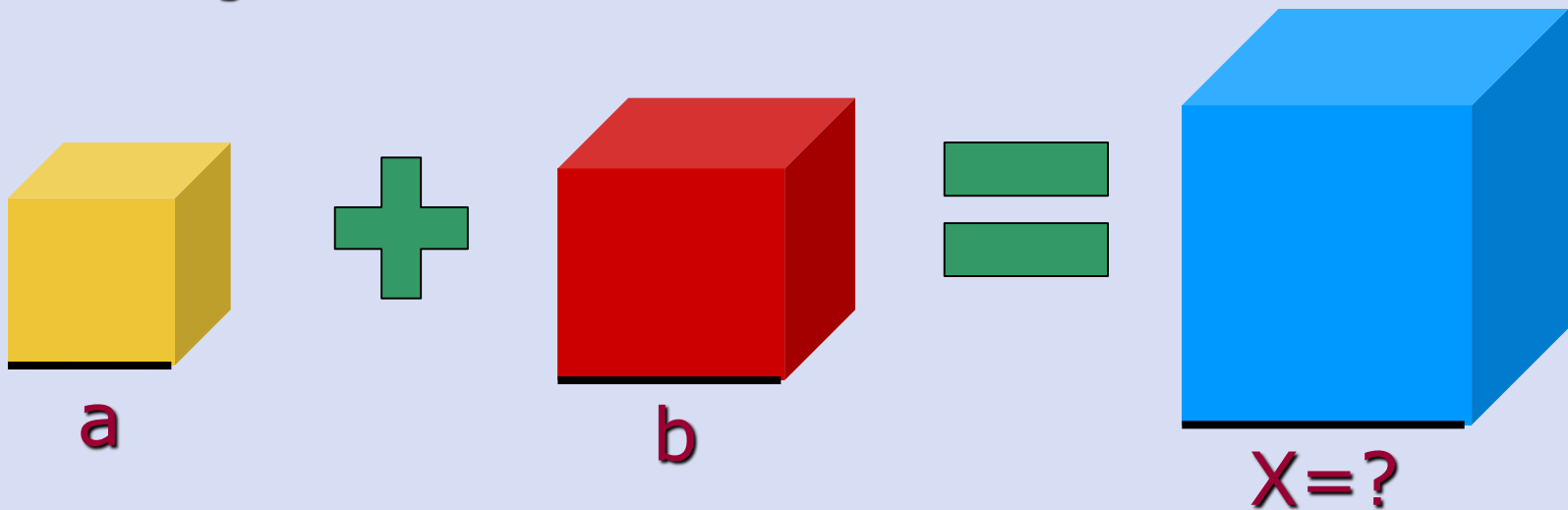
Added lines

- ◆ Körszeletek és olyan síkidomok négyszögesítéséhez, amelyeknek a kerülete egyenes és görbe vonalakat is tartalmaz



1. Mérés (Operation XVII.)

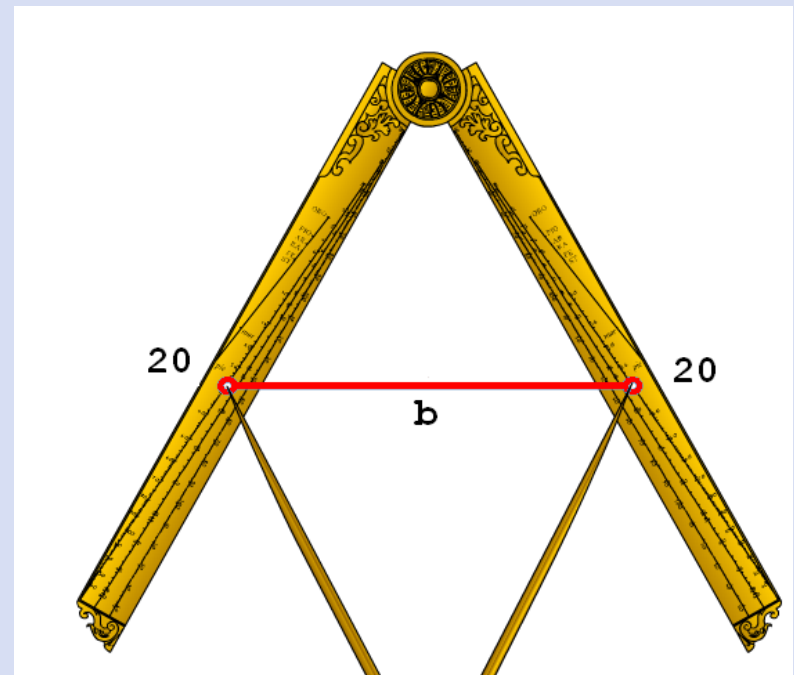
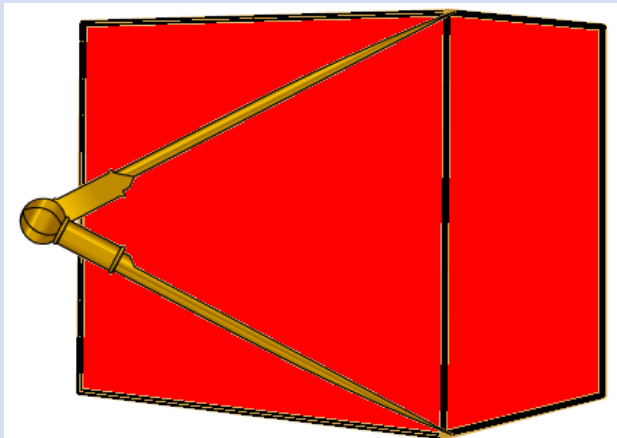
Adott két kocka. Mekkora élhosszúságú az a kocka, amelynek térfogata a két kocka térfogatának összege?



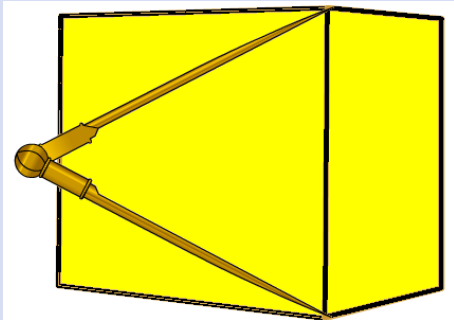
Galilei korában ez a művelet hasznos volt a gyakorlatban is; használták a gabonakereskedők, a kőfaragók, vagy a falak és erődítmények építői.

Az eszközzel nem tudjuk közvetlenül megmondani, mekkorák a térfogatok.

Vegyük körzőnyílásba egy hagyományos körzővel a nagyobb kocka oldalhosszát (több kocka esetén a legnagyobbat). Ezt a távolságot fogjuk felmérni a szögmérőnk Stereometric lines vonalainak két tetszőleges pontja közé pl. 20-20, ennek megfelelően nyitjuk ki a szögmérő szárait.



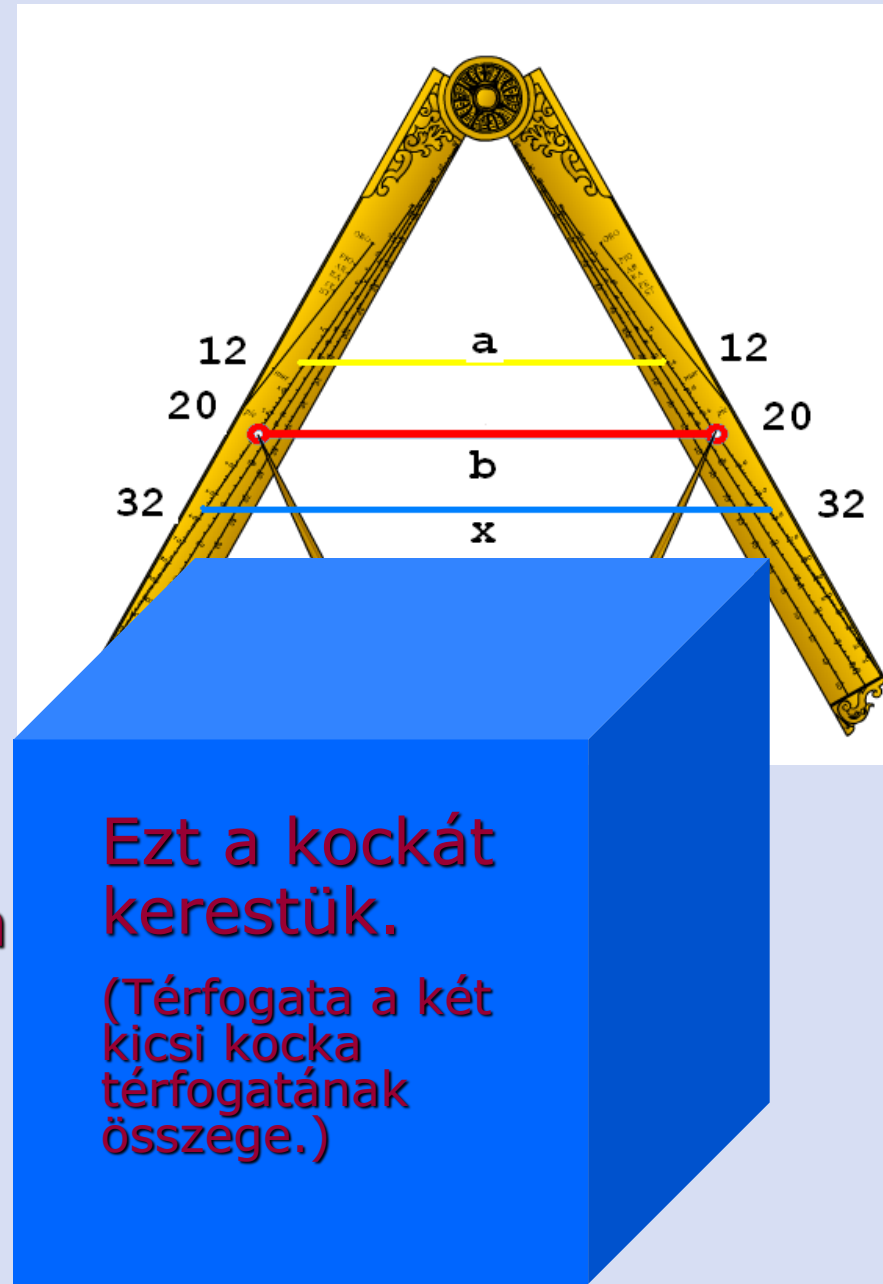
Ismételjük meg ezt a kisebb kockával (több kocka esetén valamennyivel)!



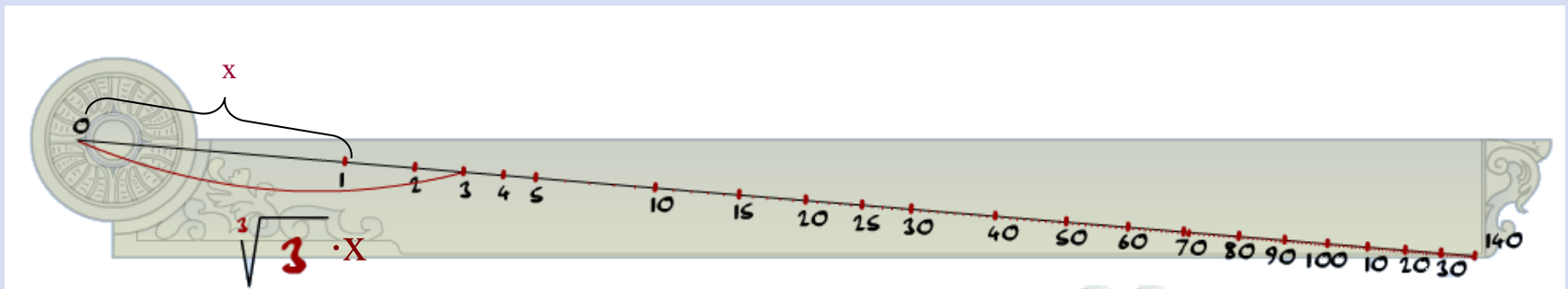
Olvassuk le a skáláról a távolságnak megfelelő számot!

Adjuk össze a számokat (térfogatokat)! $20+12=32$

Keressük meg a szögmérőn a 32-32 pontokat! Ez a távolság lesz a keresett kocka oldala.



Hogyan kell elkészítenünk ezen a Stereometric vonalon a skálát ahhoz, hogy az előbbi mérésben alkalmazott eljárás jó eredményt adjon? –
tehetséggondozás, érdeklődés felkeltés



Csak kockák esetén ad helyes eredményt a mérés?

Milyen további méréseket lehetne végezni egy ilyen skálával?



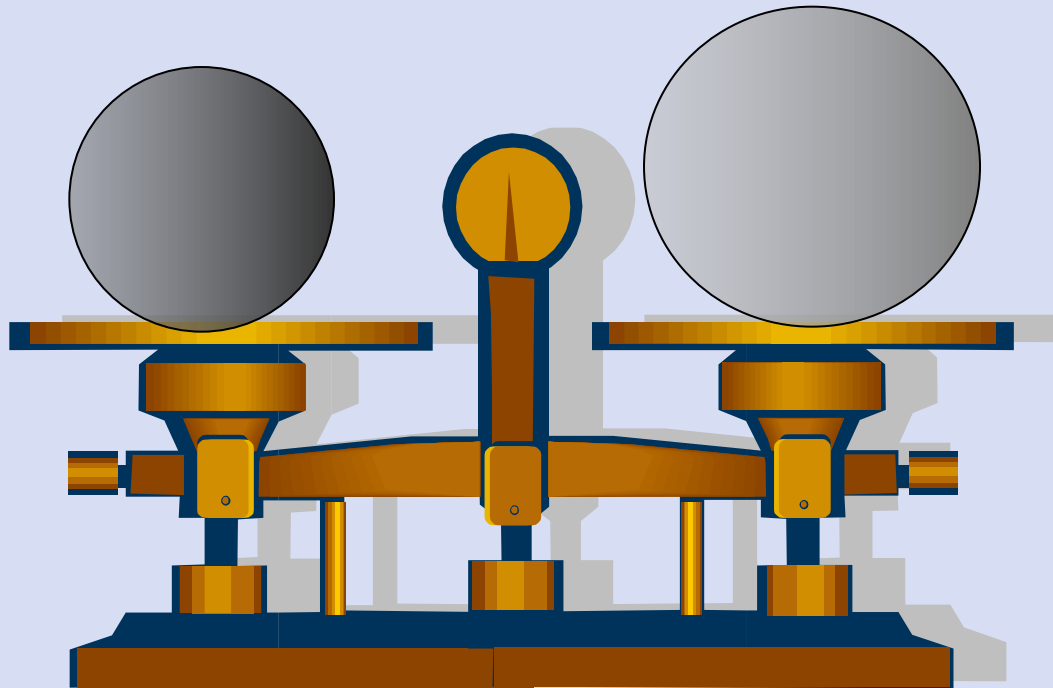
Galilei korában a tüzérség különböző anyagokból készült ágyúgolyókat használt: ólomból, kőből, vasból és más fémekből. A golyók azonos kaliberűek voltak (ebben a korban a kalibert az átmérőre használták), hogy beférjenek az ágyú csövébe, de nem volt rajtuk jelzés.

A tüzéreknek azonban ahhoz, hogy a lövéseket egységesítsék, be kellett állítaniuk a robbanótöltetek mennyiségét. A nagyobb tömegű golyó esetén nagyobb mennyiségű töltet kellett a kilövéshez.

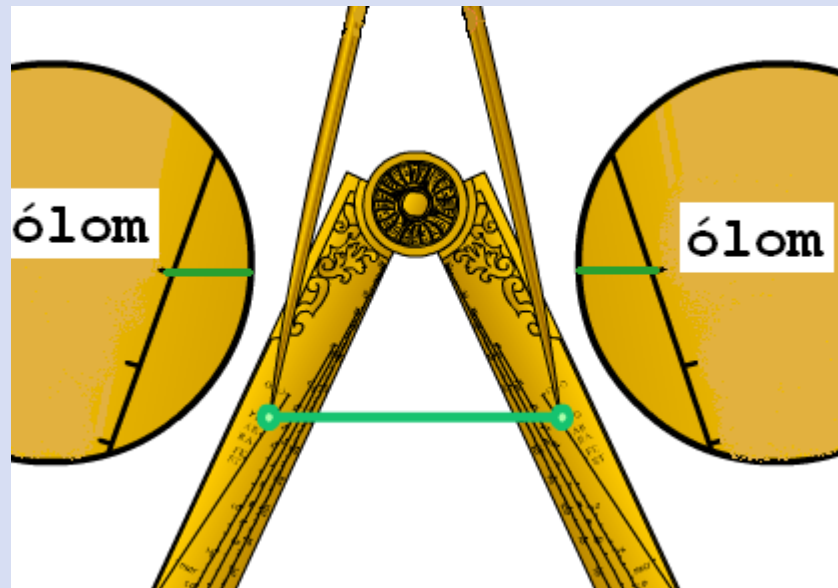


2. Mérés (Operation XXI.)

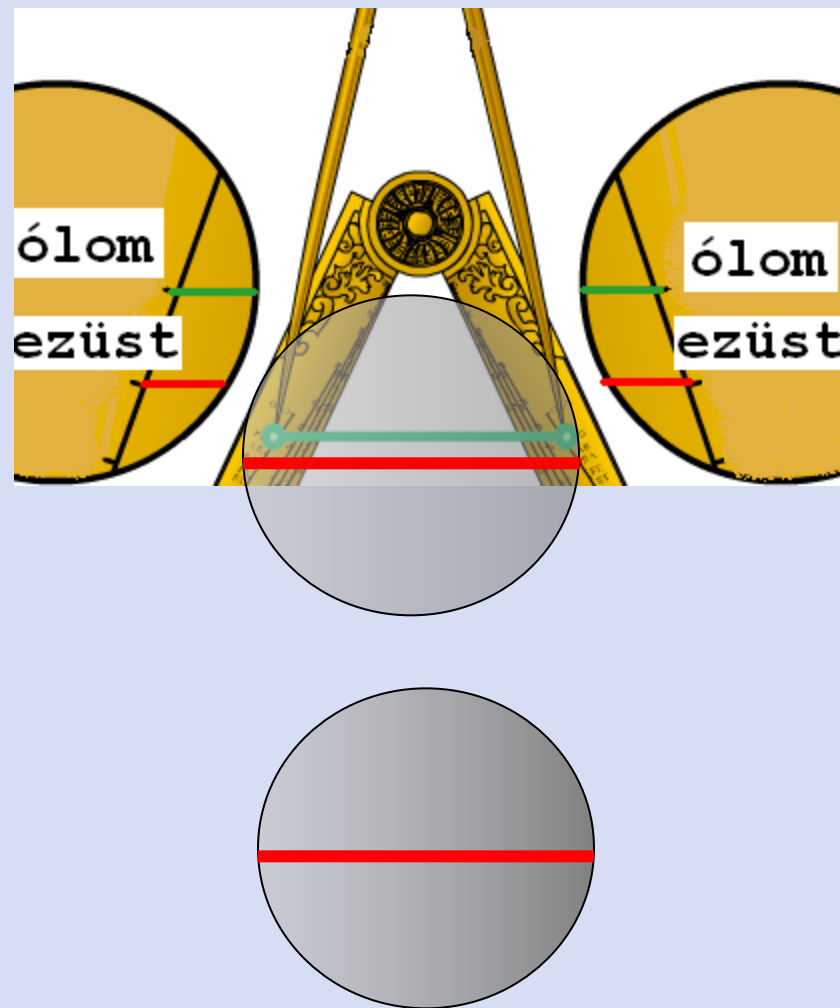
Adott egy gömb valamilyen (a szögmérőn szereplő) anyagból. Mekkora az átmérője annak a gömbnek, amelynek tömege azonos, de valamely más anyagból készült?



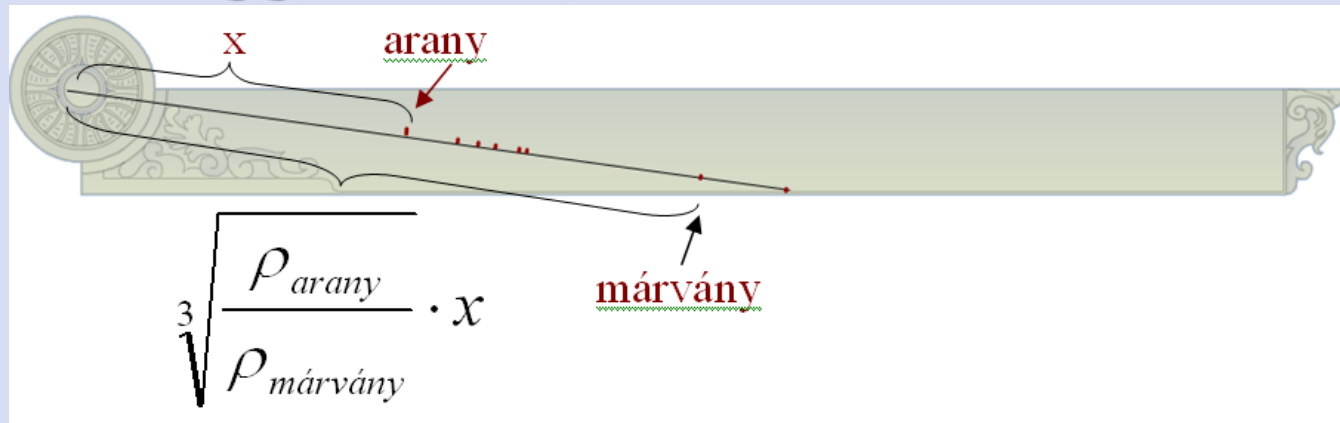
Vegyük körzőnyílásba egy hagyományos körzővel a gömb átmérőjét! Ezt a távolságot fogjuk felmérni a szögmérőnk Metallic lines vonalainak két pontja közé attól függően, hogy milyen anyagból van a gömbünk pl. ólom-ólom pontok, ennek megfelelően nyitjuk ki a szögmérő szárait.



A szögmérő szárainak állását nem változtatva keressük vegyük körzőnyílásba egy hagyományos körzővel a Metallic lines vonalainak két azon pontja közötti távolságot, amelyek a keresett anyagnak megfelelnek pl. ezüst-ezüst pontok. Ez a távolság adja meg, mekkora lenne az átmérője annak az ezüstgolyónak, amelynek a tömege az ólomgolyónkéval azonos.



Hogyan kell elkészítenünk ezen a Metallic vonalon a skálát ahhoz, hogy az előbbi mérésben alkalmazott eljárás jó eredményt adjon? – tehetséggondozás, érdeklődés felkeltés



Csak golyók esetén ad helyes eredményt a mérés?

Felvehetünk újabb anyagokat is!

Hogyan lehetne bejelölni egy 3 rész réz+1 rész ón felhasználásával készült bronz ötvözetet?

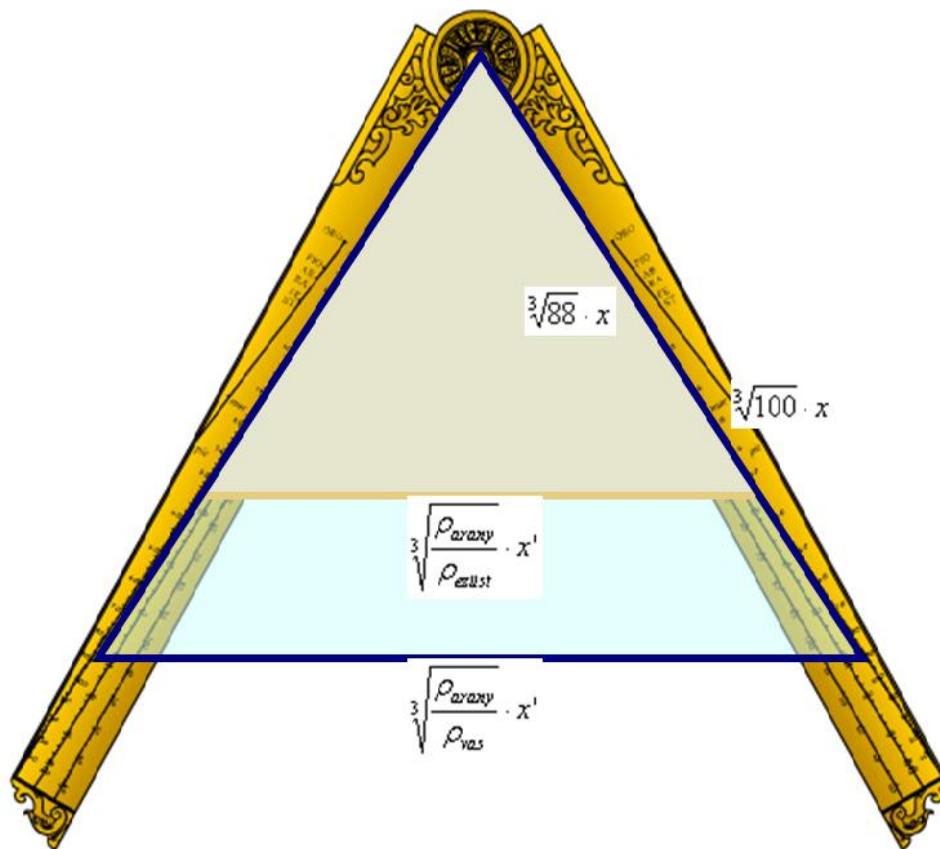
Milyen további méréseket lehetne végezni egy ilyen skálával?

3. Mérés (Operation XXII.)

Adott két, különböző anyagú, azonos térfogatú gömb. Határozzuk meg a tömegük arányát!

Meghatározás:

Legyen a két golyó anyaga vas és ezüst! Vegyük körzőnyílásba a szögmérő tengelyének és a Metallic line vas pontjának távolságát! Nyissuk annyira a szögmérőt, hogy ez a távolság a Stereometric vonalak 100-100 pontjai közé kerüljön! Körzőnyílásba vesszük a tengely-ezüst távolságot és megnézzük, hogy ez a Stereometric vonalak mely pontjai közötti távolságnak felel meg. Ha ezek a pontok a 88-88, akkor a keresett arány 88:100.



A két háromszög hasonló,
mert szögeik megegyeznek.
Így a megfelelő oldalak
aránya egyenlő.

$$\frac{\sqrt[3]{88} \cdot x}{\sqrt[3]{100} \cdot x} = \frac{\sqrt[3]{\frac{\rho_{arany}}{\rho_{ezüst}}} \cdot x'}{\sqrt[3]{\frac{\rho_{arany}}{\rho_{vas}}} \cdot x'}$$

$$\sqrt[3]{\frac{88}{100}} = \sqrt[3]{\frac{\rho_{vas}}{\rho_{ezüst}}}$$

⇓

$$\frac{88}{100} = \frac{\rho_{vas}}{\rho_{ezüst}} \xrightarrow{V=\text{áll}} \frac{m_{vas}}{m_{ezüst}} = \frac{88}{100}$$

$$\left(\frac{m_{vas}}{m_{ezüst}} = \frac{\rho_{vas}}{\rho_{ezüst}} = \frac{7860 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}{10500 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} \approx 0,74 \right)$$

Egy nemrégiben előkerült Aphrodité márványszobor tömege 200 kg. Mekkora lenne a tömege, ha ezüstből készült volna?

Meghatározás:

Vegyük körzőnyílásba a szögmérő tengelyének és a Metallic line ezüst pontjának távolságát! Nyissuk annyira a szögmérőt, hogy ez a távolság a Stereometric vonalak 20-20 pontjai közé kerüljön! Körzőnyílásba vesszük a tengely-márvány távolságot és megnézzük, hogy ez a Stereometric vonalak mely pontjai közötti távolságnak felel meg. Ha ezek a pontok a 75-75, akkor a tömeg-arány 75:20=750:200. A keresett tömeg tehát 750 kg.

$$\left(\begin{array}{l} m_{\text{ezüst}} = \frac{m_{\text{márvány}}}{\rho_{\text{márvány}}} \cdot \rho_{\text{ezüst}} \\ m_{\text{ezüst}} = \frac{200\text{kg}}{3000\text{kg}/\text{m}^3} \cdot 10500\text{kg}/\text{m}^3 \\ m_{\text{ezüst}} = 700\text{kg} \end{array} \right)$$



4. Mérés (Operation XXIII.)

Adott két, különböző anyagú, különböző térfogatú, hasonló test. Határozzuk meg a tömegük arányát!

Egy rézkocka oldalhossza az A szakasz, egy vaskockáé pedig a B szakasz.



Meghatározás:

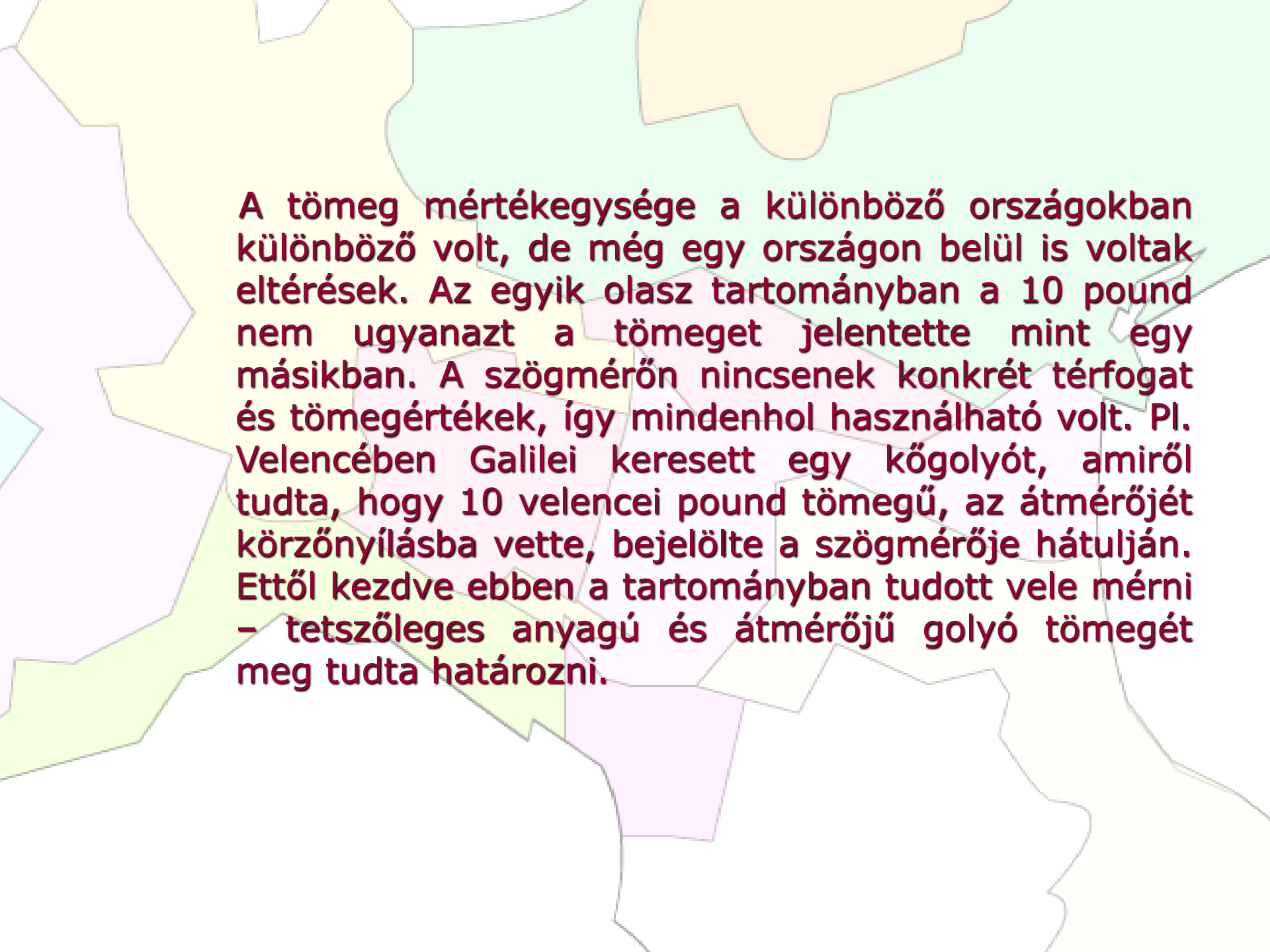
Vegyük körzőnyílásba az A szakasz hosszát! Nyissuk annyira a szögmérőt, hogy ez a távolság a Metallic lines réz-réz pontjainak a távolsága legyen! Körzőnyílásba vesszük a vas-vas távolságot és megnézzük, hogy ez a Stereometric vonalak mely pontjai közötti távolságnak felel meg. Pl. 9-9, Körzőnyílásba vesszük a B szakasz hosszát és megnézzük, hogy ez a Stereometric vonalak mely pontjai közötti távolságnak felel meg pl. 2,2-2,2. Így a keresett arány $9:2,2=45:11$.

Egy márványgúla alapéle az A szakasz, tömege 70 kg. Mekkora az alapéle annak a hozzá hasonló ólomgúlának, amelynek tömege 20 kg.

A

Meghatározás:

Vegyük körzőnyílásba az A szakasz hosszát! Nyissuk annyira a szögmérőt, hogy ez a távolság a Metallic lines márvány-márvány pontjainak a távolsága legyen! Körzőnyílásba vesszük az ólom-ólom távolságot és annyira zárjuk vagy nyitjuk a szögmérőt, hogy ez a Stereometric vonalak mely 70-70 pontjai közötti távolság legyen. Így a keresett alapél-hossz a 20-20 pontok közötti távolság.



A tömeg mértékegysége a különböző országokban különböző volt, de még egy országon belül is voltak eltérések. Az egyik olasz tartományban a 10 pound nem ugyanazt a tömeget jelentette mint egy másikban. A szögmérőn nincsenek konkrét térfogat és tömegértékek, így mindenhol használható volt. Pl. Velencében Galilei keresett egy kőgolyót, amiről tudta, hogy 10 velencei pound tömegű, az átmérőjét körzőnyílásba vette, bejelölte a szögmérője hátulján. Ettől kezdve ebben a tartományban tudott vele mérni – tetszőleges anyagú és átmérőjű golyó tömegét meg tudta határozni.

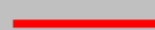
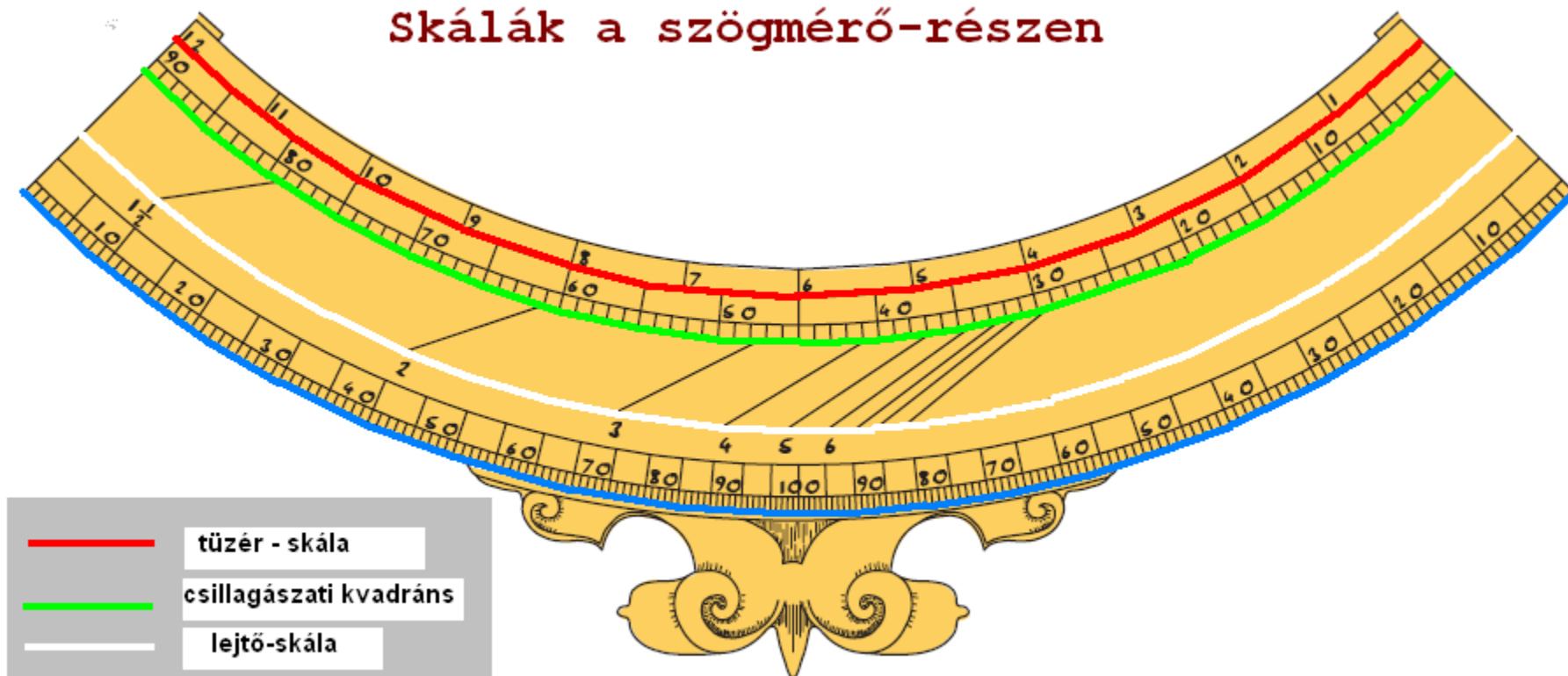
5. Mérés (Operation XXV.)

Adott egy kis dobozban egy 17 kg tömegű, ónból készült ágyúmodell. Határozzuk meg a különböző méreteit a valódi 5000 kg tömegű rézágyúnak!

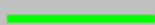
Meghatározás:

Vegyük körzőnyílásba a modellen az ágyúcső hosszát! Nyissuk annyira a szögmérőt, hogy ez a távolság a Metallic lines ón-ón pontjainak a távolsága legyen! Körzőnyílásba vesszük a réz-réz távolságot és annyira nyitjuk ki a szögmérőt, hogy ez a Stereometric vonalak 17-17 pontjai közötti távolságnak feleljen meg. A 100-100 pontok közötti távolság megadja egy réz, 100 kg-os ágyú csövének hosszát, de nekünk 5000 kg-os ágyú kell. Ilyen szám már nincs a skálánkon. $5000:100=100:2$ Az előbbi 100-100 pontok közötti szakaszt körzőnyílásba vesszük és addig nyitjuk a szögmérőt, hogy ez a távolság a 2-2 pontok között legyen. Ekkor a 100-100 pontok távolsága a keresett távolság.

Skálák a szögmérő-részen



tűzér - skála



csillagászati kvadráns



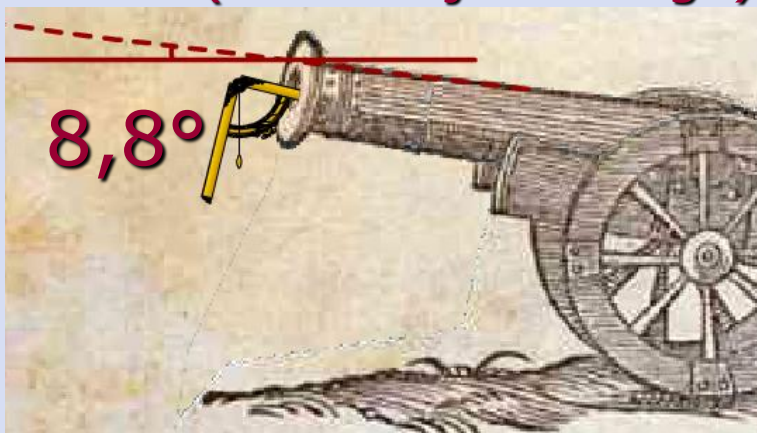
lejtő-skála



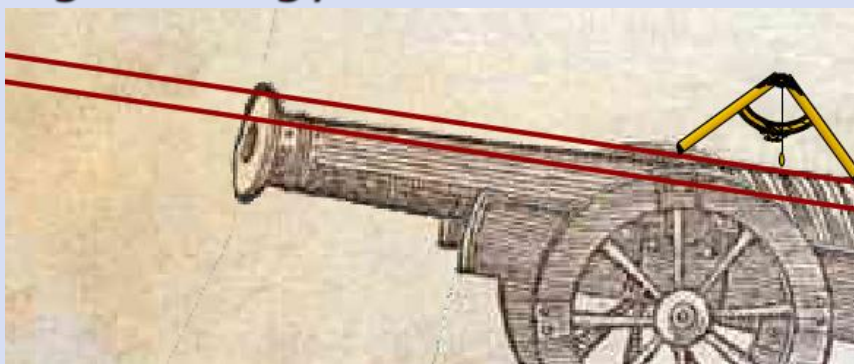
árnyék-vonal

A tűzér-skála

A tűzerek az ágyúk csőemelkedésének szögét határozták meg, ami elengedhetetlen volt a pontos lövéshez. (ferde hajítás szöge)

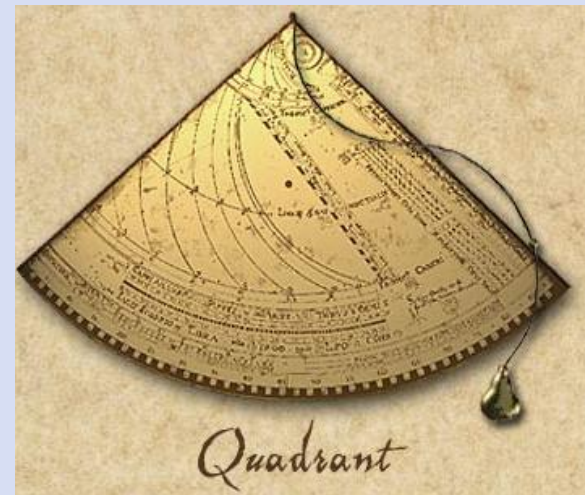
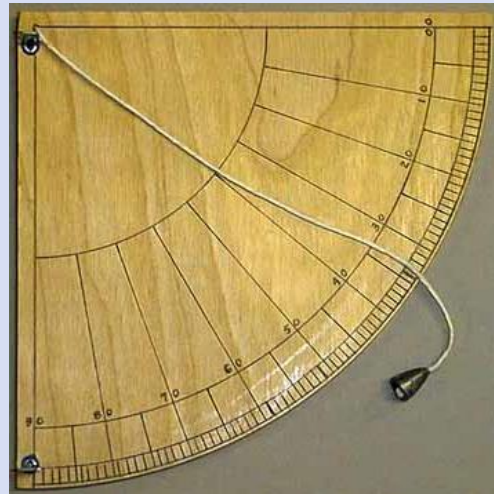


A szög mérhető volt úgy is, hogy a szögmérőt az ágyú csövére tették. Így azonban kompenzálni kellett azt, hogy a cső nem mindenhol azonos vastagságú. Ezért a szögmérő egyik szárán ún. zanca volt.



A csillagászati kvadráns

Az egyik legősibb csillagászati mérőeszköz a valószínűleg arab eredetű asztrolábium egyszerű változata, egy korongszerű tárcsára szerelt 360° -os szögmérő volt. A későbbiek során az asztrolábium egyszerűbb változatából alakult ki először a tengerészeti gyakorlatban elegendőnek bizonyuló negyed köríves szögmérő, a kvadráns, majd annak felezésével az oktáns, illetve a még ma is használt hatod körívnyi szextáns. Ezek a műszerek az égitestek horizont fölötti szögmagasságának a meghatározására szolgáltak.



Az északi féltekén például a Sarkcsillag magasságának megmérése alapján korrekciós számítások után lehet meghatározni a hajó szélességi helyzetét. A hajósok a déli féltekén a Dél Keresztje csillagképet használták ugyanerre a célra, de az Egyenlítő alatt a hajó szélességi koordinátájának meghatározásához az északi féltekén használt eljárásnál jóval bonyolultabb számítások, illetve korrekciók elvégzésére volt szükség.

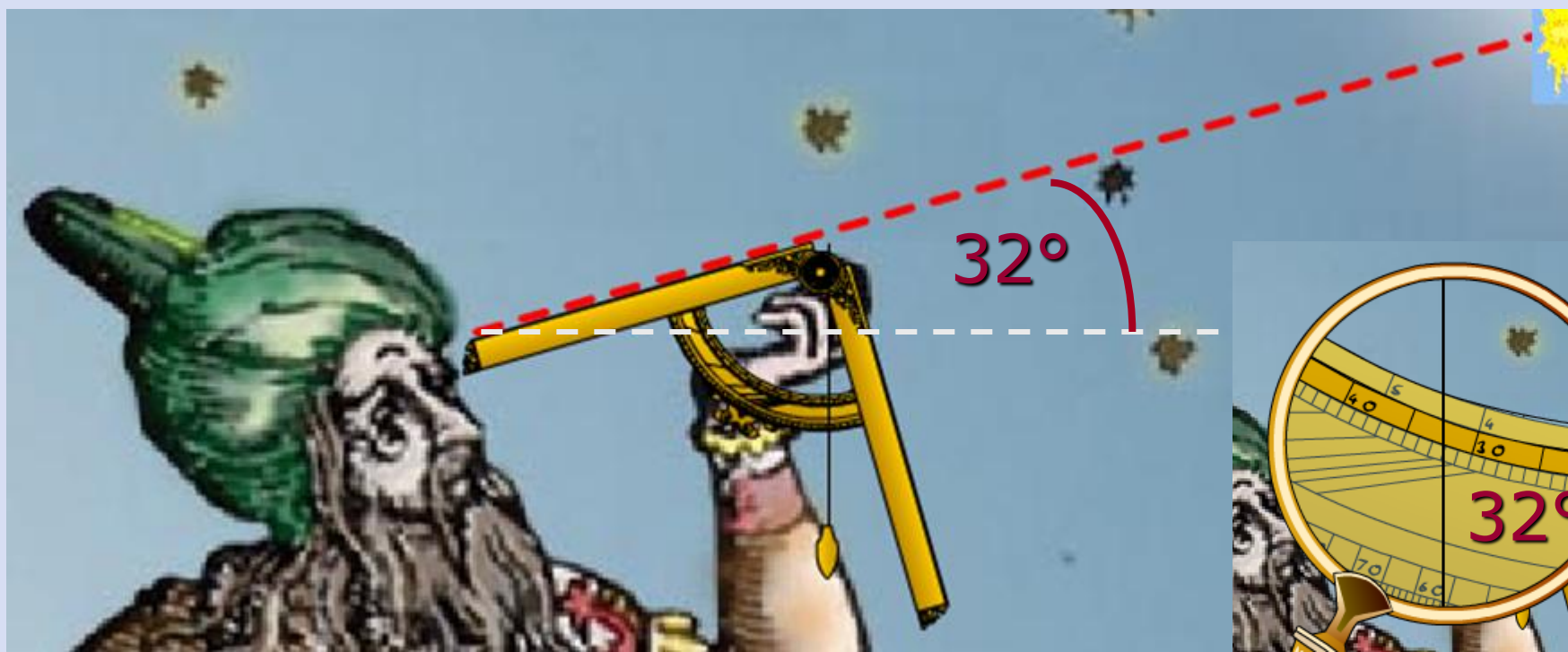
Mivel a tájékozódásban fontos szerepet játszott, Galilei is beépített szögmérőjébe egy kvadránst.



6. Mérés

Határozzuk meg egy csillag horizont feletti szögmagasságát!

Irányítsuk a kvadráns előbb vízszintes élét egy horizont feletti csillag felé, a függőön fonala a kiszemelt pont horizont feletti magasságának szögét jelöli ki az ív mentén.



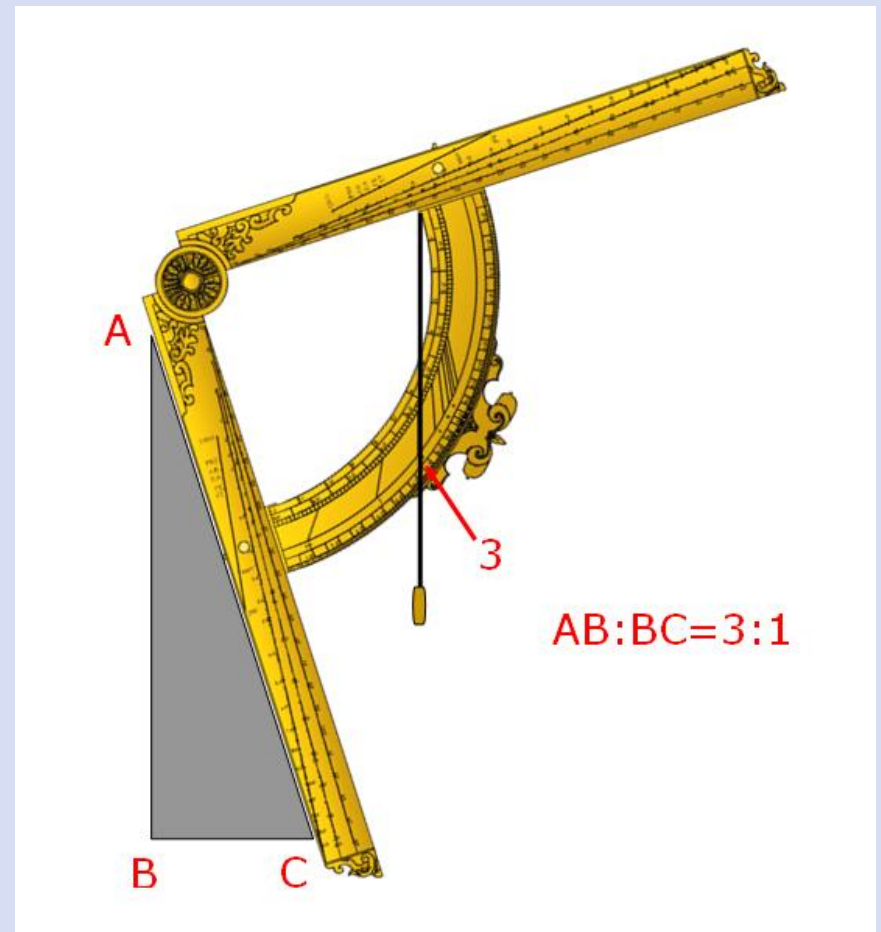
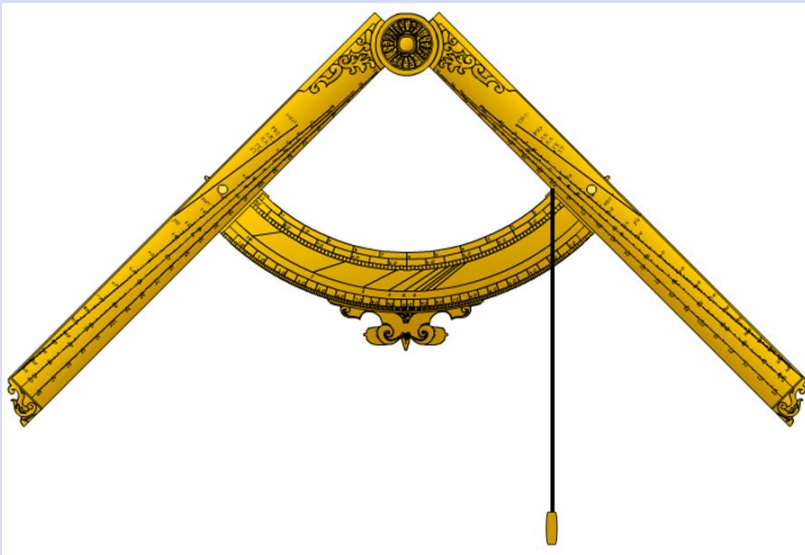
A lejtő-skála

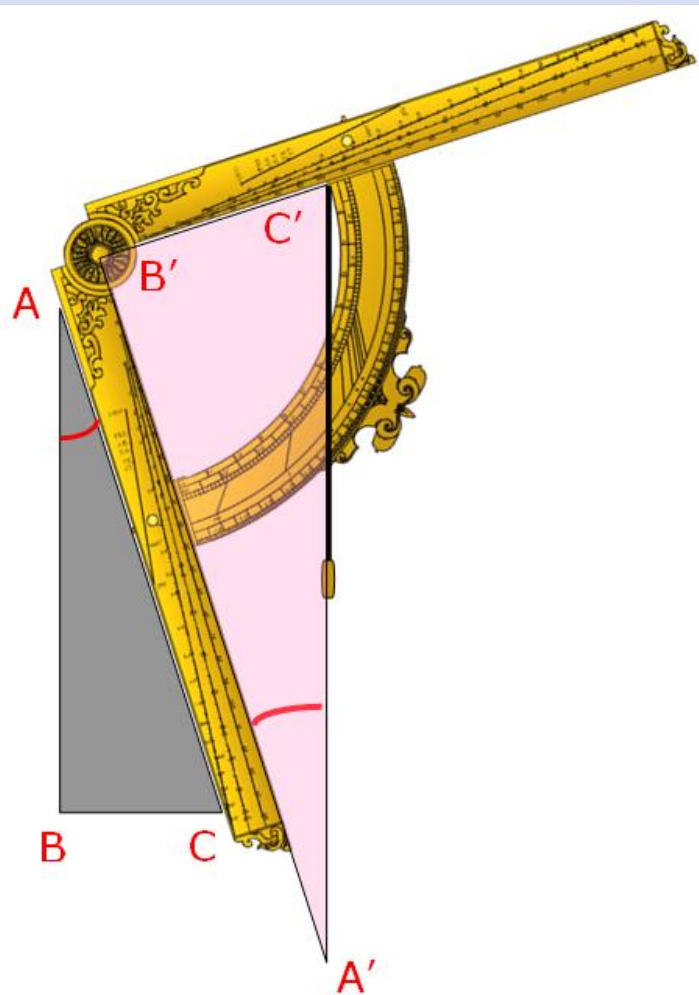
A skála a lejtők meredekségének pl. falak dőlésszögének mérésére készült. Az ezzel történő méréshez a függőönt a skála szélére erősítjük.

7. Mérés

Mérjük meg az AC lejtő meredekségét!

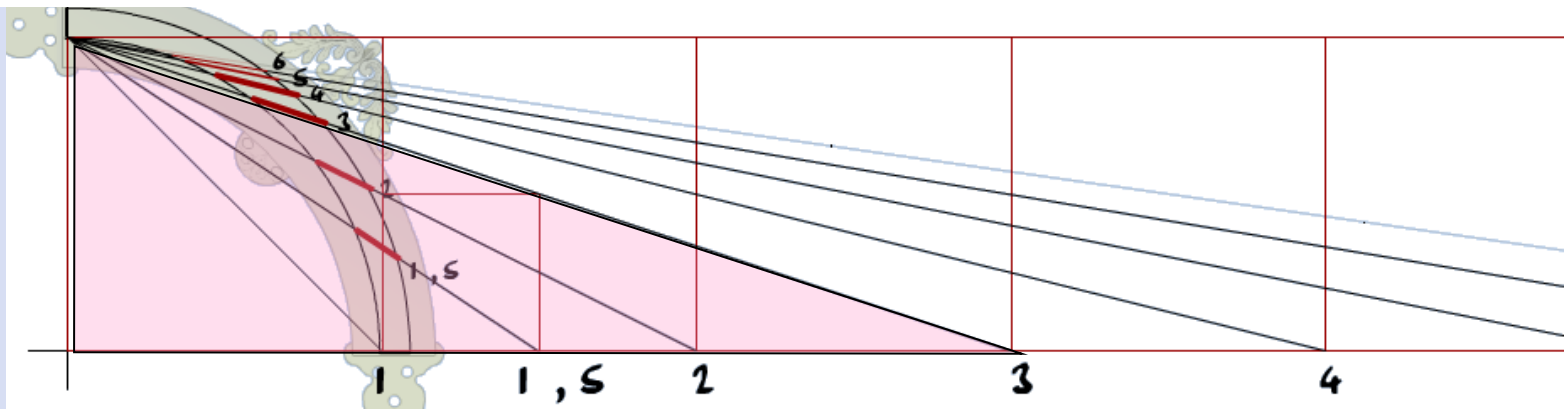
A mérés az ábra szerint történik.





A skála kijelölése az alsó ábra szerint történik, így a 3 érték a rózsaszín háromszög befogóinak 3:1 arányát jelenti. A szögmérő szárát a lejtőre helyezve a lejtő által meghatározott háromszög ehhez hasonló, azaz a befogók aránya ugyanannyi.

A meredek ($>45^\circ$) lejtők meredekségének meghatározására alkalmas. Tangens táblázat vagy számológép segítségével a lejtő szöge is visszakereshető.

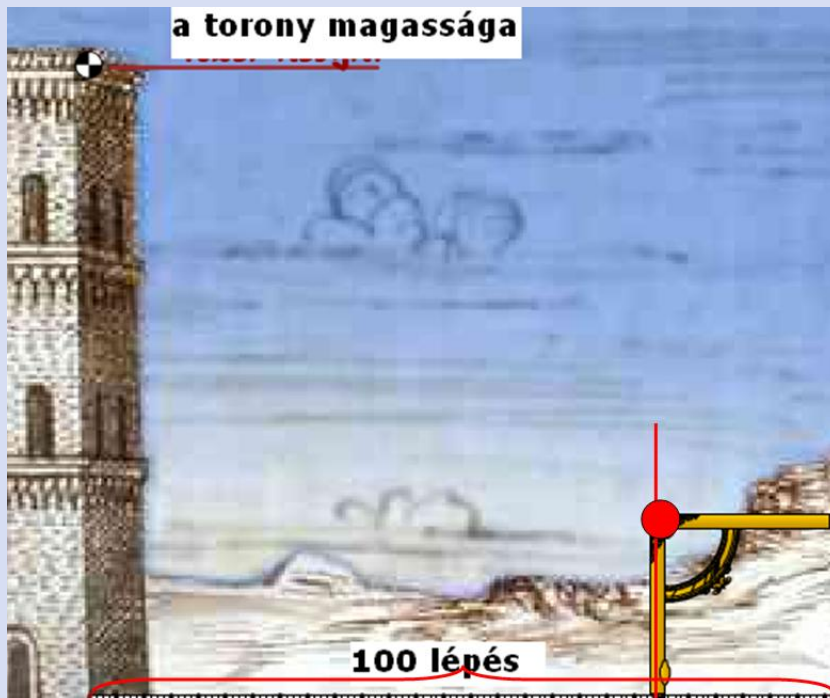


Az árnyék-vonal

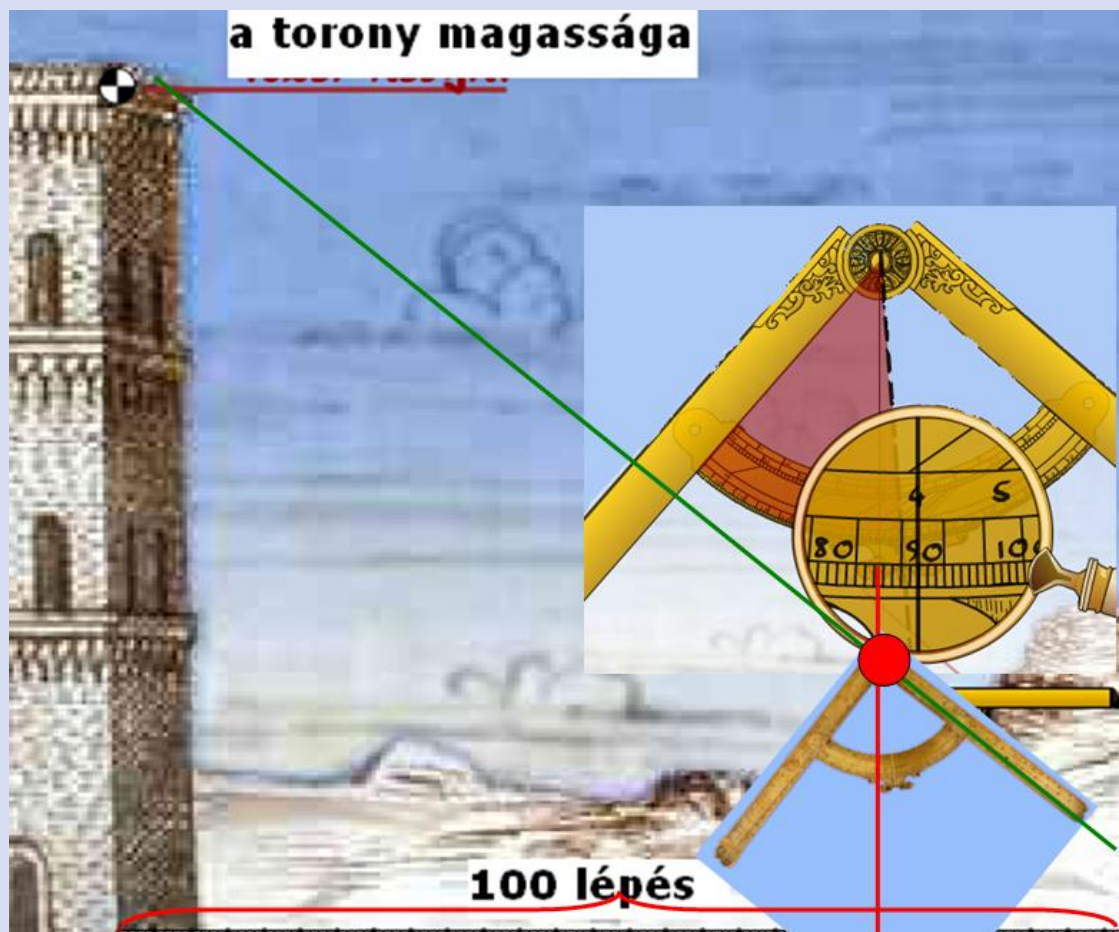
A vonal a megközelíthetetlen távolságok mérésére szolgált, mint egy torony vagy hegy magassága, kutak mélysége vagy a távolság két távoli hely között.

8. Mérés

Határozzuk meg egy torony magasságát!

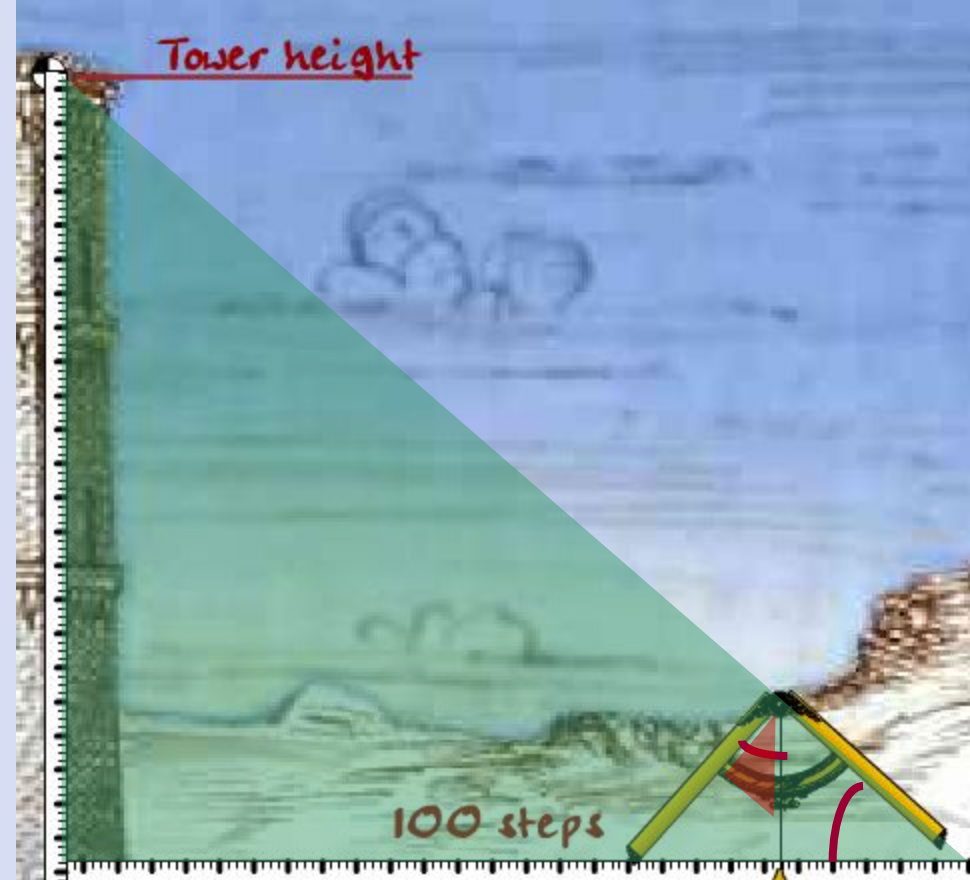
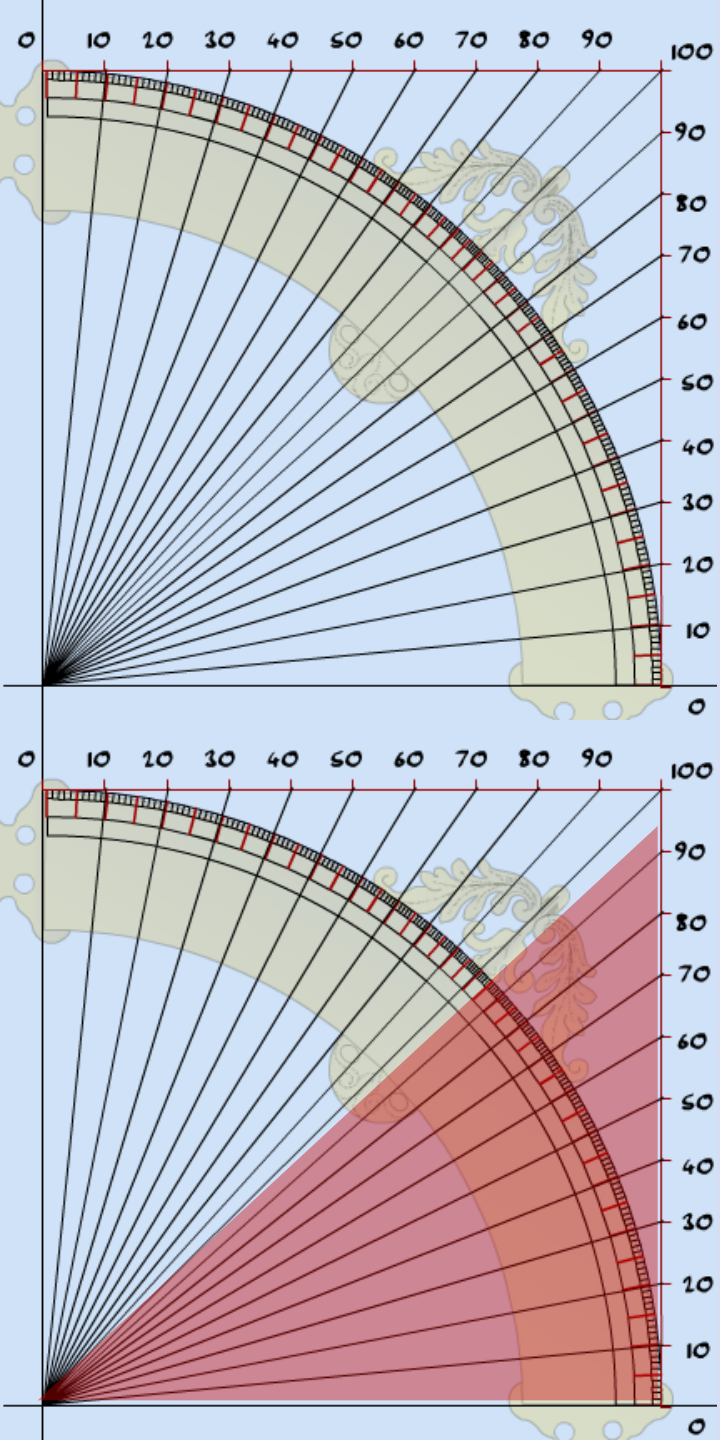


A torony tővétől indulva
lépjünk 100 lépést!
Állítsuk a szögmérőnk
egyik szárát függőleges
helyzetbe az ábra szerint,
majd a tengelyét nem
mozgatva a szögmérőt
döntsük úgy, hogy a
kezdetben vízszintes szár
egyenese mentén
elnevezve a torony tetejét
lássuk!

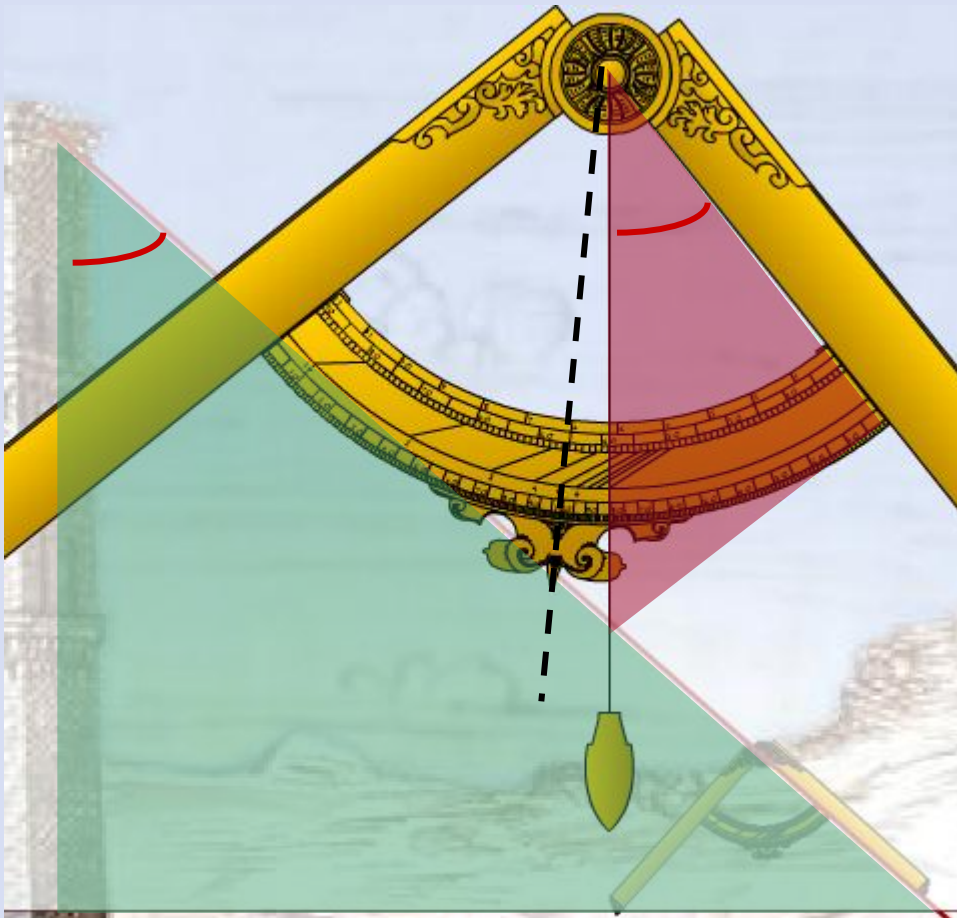


A szögmérő
legutolsó skálájáról
olvassuk le, milyen
magas a torony!
(92 lépés)

Hogyan kell ehhez
elkészíteni a skálát?



A skála elkészítési módjából
következően a piros háromszög
befogóinak aránya $92:100$. Ez a
háromszög hasonló a zölddel jelölt
háromszöghöz. Az arány tehát ott is
hasonló. Vagyis nem kell 100 lépést
lépnünk a számításhoz, de így
egyszerűen leolvasható a magasság.



Mi történik, ha a függőőn a szemünkhöz közelebbi skálarészen helyezkedik el?

A skála elkészítési módjából következően a piros háromszög befogóinak aránya 92:100. Ez a háromszög hasonló a zölddel jelölt háromszöghöz. Az arány tehát ott is hasonló. De most a 100 lépés felel meg a 92 egységnek, azaz

$\text{magasság}:100=100:\text{leolvasott érték(pl. 92)}$

Ebből a torony magassága 108,7 lépés.



Hogyan tudunk magasságot mérni akkor, ha nem tudjuk megközelíteni a tornyot és onnan lelépni a 100 lépést? Ez és további mérések a felhasznált segédanyagokban, elsősorban:

Galileo Galilei: Operations of the geometric and military compass, 1606. Az angol fordítást Stillman Drake készítette, Firenze 1977.

A firenzei Galilei Múzeum honlapja

Museo Galileo - Istituto e Museo di Storia della Scienza

<http://www.museogalileo.it/>

A múzeum szögmérővel kapcsolatos interaktív anyaga:

<http://brunelleschi.imss.fi.it/esplora/compasso/index.html>,
ahonnan a képek jó része származik.

Jó méréseket!